令和５年度　一般入学試験　２期
数学 I・数学 A 解答例

$\boxed{1}$

(1) 32　　(2) 11 個　　(3) $\{2, 5, 11, 17, 23, 29\}$　　(4) 35 通り

$\boxed{2}$

(1) $(x-2y+1)(x+y-1)$　　(2) ① $15-5\sqrt{5}$　② $5\sqrt{2}$

(3) ① $\sqrt{3}-1$　② $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

$\boxed{3}$

(1) 1) 点 P が A の位置に戻ってくるのは，サイコロの目の合計が 5 と 10 の場合である。

・合計が 5 になるのは，$(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)$ の 4 通り。

・合計が 10 になるのは，$(4,6), (5,5), (6,4)$ の 3 通り。

よって，この場合の確率は，$\dfrac{4+3}{6\times 6} = \underline{\dfrac{7}{36}}$

2) 点 P が C の位置にくるのは，サイコロの目の合計が 2，7，12 の場合である。

・合計が 2 になるのは，$(1,1)$ の 1 通り。

・合計が 7 になるのは，$(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)$ の 6 通り。

・合計が 12 になるのは，$(6,6)$ の 1 通り。

よって，この場合の確率は，$\dfrac{1+6+1}{36} = \dfrac{8}{36} = \underline{\dfrac{2}{9}}$

(2) 1) 点 P が B の位置にくるのは，サイコロの目の合計が 6 と 11 の場合である。

・合計が 6 になるのは，$(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)$ の 5 通り。

・合計が 11 になるのは，$(5,6), (6,5)$ の 2 通り。

よって，この場合の確率は，$\dfrac{5+2}{36} = \dfrac{7}{36}$

2) 点 P が D の位置にくるのは，サイコロの目の合計が 3 と 8 の場合である。

・合計が 3 になるのは，$(1,2), (2,1)$ の 2 通り。

・合計が 8 になるのは，$(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)$ の 5 通り。

よって，この場合の確率は，$\dfrac{2+5}{36} = \dfrac{7}{36}$

3) 点 P が E の位置にくるのは，サイコロの目の合計が 4 と 9 の場合である。

・合計が 4 になるのは，$(1,3),(2,2),(3,1)$ の 3 通り。

・合計が 9 になるのは，$(3,6),(4,5),(5,4),(6,3)$ の 4 通り。

よって，この場合の確率は，$\dfrac{3+4}{36}=\dfrac{7}{36}$

以上より，C の位置にくる確率が一番高い。

$\boxed{4}$

(1) 標準形に直して

$$y=-x^2+ax+a+4=-(x^2-ax)+a+4=-\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{4}+a+4$$

よって，P の座標は $\left(\dfrac{a}{2},\dfrac{a^2}{4}+a+4\right)$

(2) $y=0$ とおき，x についての 2 次方程式 $-x^2+ax+a+4=0$ の判別式を D とおく。

$$D=a^2-4\cdot(-1)\cdot(a+4)=a^2+4a+16=(a+2)^2+12\geqq 12>0$$

となり，判別式 D は，a の値に関わらず常に正である。

よって，上の方程式は相異なる 2 つの実数解をもつ。

ゆえに，放物線は x 軸と 2 点で交わる。

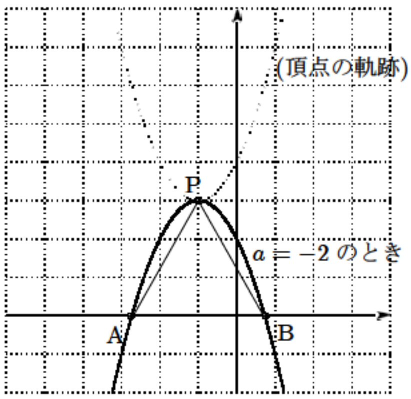
(3) 頂点 P の y 座標は

$$\frac{a^2}{4}+a+4=\frac{1}{4}(a^2+4a)+4=\frac{1}{4}(a+2)^2-1+4=\frac{1}{4}(a+2)^2+3$$

となり，$a=-2$ のとき最小で，最小値は 3 である。

また，このとき，線分 AB の長さも最小となり，

したがって，三角形 PAB の面積も最小になる。



$a=-2$ のときの放物線と x 軸との交点の x 座標を求める。

方程式 $-x^2-2x+2=0$ を解くと，$x=-1\pm\sqrt{3}$

よって，$a=-2$ のときの AB の長さは，

$$\mathrm{AB}=-1+\sqrt{3}-(-1-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$$

ゆえに，$a=-2$ のときの三角形 PAB の面積は，

$$\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 3=3\sqrt{3}$$

以上より，三角形 PAB の面積は，$a=-2$ のとき最小で，最小値は $3\sqrt{3}$ である。