# 令和６年度　一般選抜　１期　【１日目】
# 数学 I・数学 A 解答例

$\boxed{1}$

(1) $2\sqrt{6}$　(2) $\dfrac{1-\sqrt{7}}{3} < x < \dfrac{1+\sqrt{7}}{3}$　(3) 4　(4) 65 通り

$\boxed{2}$

(1) $a = -4$，最大値：7　(2) ① $8 + 4\sqrt{3}$　② $2 + \sqrt{3}$

(3) ① $A \cap B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$　② $1 \leqq a < \dfrac{3}{2}$

$\boxed{3}$

(1) $A$ が当たる確率 $p_1$ は，$\underline{p_1 = \dfrac{3}{10}}$

$A$ が当たって，$B$ が当たる確率は，$\dfrac{3}{10} \times \dfrac{2}{9} = \dfrac{1}{15}$

$A$ がはずれて，$B$ が当たる確率は，$\dfrac{7}{10} \times \dfrac{3}{9} = \dfrac{7}{30}$

よって，$B$ が当たる確率 $p_2$ は，$\underline{p_2 = \dfrac{1}{15} + \dfrac{7}{30} = \dfrac{3}{10}}$

(2) 3名全員が当たる確率は $\dfrac{3 \times 2 \times 1}{10 \times 9 \times 8} = \dfrac{1}{120}$

2名だけが当たる確率は $\dfrac{3 \times 2 \times 7}{10 \times 9 \times 8} \times {}_3\mathrm{C}_2 = \dfrac{7}{120} \times 3 = \dfrac{7}{40}$

よって，求める確率る $p_3$ は，$\underline{p_3 = \dfrac{1}{120} + \dfrac{7}{40} = \dfrac{11}{60}}$

$\boxed{4}$

(1) 平方完成して

$y = x^2 - 2mx - 2m - 4 = (x - m)^2 - m^2 - 2m - 4$

よって，$\underline{P = \left(m, -m^2 - 2m - 4\right)}$

(2) 頂点の $y$ 座標は，$-m^2 - 2m - 4 = -(m+1)^2 - 3 \leqq -3 < 0$ と常に負となる。

したがって，グラフは $x$ 軸と，異なる 2 つの共有点をもつ。

(3) 共有点の $x$ 座標が 2 つとも，正になると仮定する。

このとき，頂点 $P$ の $x$ 座標は正で，さらにグラフの $y$ 切片は正となる。

よって，連立不等式

$$\begin{cases} m > 0 & \cdots\cdots ① \\ -2m - 4 > 0 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

を満たす $m$ の値が存在することになる。

ところが，② より $m < -2$ となり，① との共通範囲はない。

つまり，上の連立不等式の解は存在しない。これは，上に述べたことと矛盾する。

したがって，共有点の $x$ 座標は共に正になることはない。

$\boxed{5}$

(1) $\overline{x} = \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) = \dfrac{1}{4} \cdot 0 = 0$

$\overline{y} = \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) = \dfrac{1}{4} \cdot 0 = 0$

(2) $x$ と $y$ の平均値が共に 0 となるから，共分散 $C_{xy}$ は

$$C_{xy} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) = 0$$

相関係数は，$C_{xy}$ を $x$ と $y$ の標準偏差で割った値であるので，$r_{xy} = 0$ となる。

(3) (1) より，各変量の平均値はそれぞれ，$\overline{x} = \dfrac{a}{5}$，$\overline{y} = \dfrac{b}{5}$ となる。このときの共分散は

$$\begin{aligned} C_{xy} &= \frac{1}{5}\left\{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{a}{5}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{b}{5}\right) + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{a}{5}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{b}{5}\right)\right. \\ &\quad \left. + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{a}{5}\right)\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{b}{5}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{a}{5}\right)\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{b}{5}\right) + \left(a - \frac{a}{5}\right)\left(b - \frac{b}{5}\right)\right\} \\ &= \frac{4}{25}ab \end{aligned}$$

よって，相関係数が 0 なので，$C_{xy} = 0$ となり，$ab = 0$ が分かる。

関係式，$a^2 + b^2 = 1$ が成り立っているので，$(a, b) = (0, \pm 1), (\pm 1, 0)$ となる。

# 令和６年度　一般選抜　１期　【１日目】

## 数学 I・数学 A・数学 II・数学 B 解答例

$\boxed{1}$

(1) $2\sqrt{6}$　(2) 65 通り　(3) $a=8$　(4) $-670$

$\boxed{2}$

(1) $-\dfrac{7}{3}$　(2) (2) ① $8+4\sqrt{3}$　② $2+\sqrt{3}$

(3) ① $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=-\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$　② $\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\dfrac{1}{7}\overrightarrow{a}+\dfrac{3}{7}\overrightarrow{b}$　③ $\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{a}+\dfrac{3}{4}\overrightarrow{b}$

$\boxed{3}$

(1) $A$ が当たる確率 $p_1$ は，$\underline{p_1=\dfrac{3}{10}}$

$A$ が当たって，$B$ が当たる確率は，$\dfrac{3}{10}\times\dfrac{2}{9}=\dfrac{1}{15}$

$A$ がはずれて，$B$ が当たる確率は，$\dfrac{7}{10}\times\dfrac{3}{9}=\dfrac{7}{30}$

よって，$B$ が当たる確率 $p_2$ は，$\underline{p_2=\dfrac{1}{15}+\dfrac{7}{30}=\dfrac{3}{10}}$

(2) 3 名全員が当たる確率は $\dfrac{3\times2\times1}{10\times9\times8}=\dfrac{1}{120}$

2 名だけが当たる確率は $\dfrac{3\times2\times7}{10\times9\times8}\times{}_3\mathrm{C}_2=\dfrac{7}{120}\times3=\dfrac{7}{40}$

よって，求める確率る $p_3$ は，$\underline{p_3=\dfrac{1}{120}+\dfrac{7}{40}=\dfrac{11}{60}}$

$\boxed{4}$

(1) $2x^2 = 2mx$ を解いて，$\underline{x = 0,\ m}$

(2) $0 < m < 1$ のとき

$$\begin{aligned} S &= \int_0^m (2mx - 2x^2)dx + \int_m^1 (2x^2 - 2mx)dx \\ &= \left[mx^2 - \frac{2}{3}x^3\right]_0^m + \left[\frac{2}{3}x^3 - mx^2\right]_m^1 \\ &= \underline{\frac{2}{3}m^3 - m + \frac{2}{3}} \end{aligned}$$

(3) i) $0 < m < 1$ のとき；

$S' = 2m^2 - 1$ である。 $S' = 0$ とすると，$m = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ である。

よって，$S$ の増減は次の表のようになる。

| $m$ | $0$ | $\cdots\cdots$ | $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ | $\cdots\cdots$ | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $S'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $S$ | $0$ | $\searrow$ | $\dfrac{2-\sqrt{2}}{3}$ | $\nearrow$ | $\dfrac{1}{3}$ |

従って，$m = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ のとき，極小である。

ii) $m \geqq 1$ のとき；

$$S = \int_0^1 (2mx - 2x^2)dx = \left[mx^2 - \frac{2}{3}x^3\right]_0^1 = m - \frac{2}{3} \geqq \frac{1}{3}$$

以上より，$\underline{m = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\ \text{とき，}S\ \text{の値は最小で，最小値は}\ \dfrac{2-\sqrt{2}}{3}}$ である。

$\boxed{5}$

(1) 直接代入して計算すると，

$x = m - s$ のとき 40，$x = m$ のとき 50，$x = m + s$ のとき 60 となる。

(2) (1) より，偏差値が 40 となるのは $x = m - s$ のときであり，

偏差値が 60 となるのは $x = m + s$ のときである。

それぞれの場合について，$z$ の値を計算すると

$$z = \frac{(m-s)-m}{s} = -1, \quad z = \frac{(m+s)-m}{s} = 1$$

正規分布表より，$z$ が $0 \leqq z \leqq 1$ の範囲で発生する確率は 0.3413 であるから，

$-1 \leqq z \leqq 1$ の範囲で発生する確率は $0.3413 \times 2 = 06826 \fallingdotseq 0.68$ となる。

(3) $m = 30$，$s = 10$ のとき，偏差値が 75 となるときの得点 $x$ は

$$75 = 50 + 10 \times \left( \frac{x - 30}{10} \right)$$

より，$x = 55$ となる。このとき，(2) で定義された $z$ の値は

$$z = \frac{55 - 30}{10} = 2.5$$

$0 \leqq z \leqq 2.5$ となる確率は，正規分布表より 0.4938 である。

したがって，$z > 2.5$ となる確率は $0.5 - 0.4938 = 0.0062$

よって，$10000 \times 0.0062 = 62$ となるので，62 人いることが予想される。